
Orientaciones teóricas y tendencias actuales del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales

Theoretical orientations and current trends in the teaching-learning process of differential equations

Marlon Avilés Baquero

Universidad de Guantánamo. Cuba.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5963-6439>

Correo electrónico:

marlonab@cug.co.cu

Recibido: 20/02/2021

Aceptado: 18/07/2021

Resumen: El predominio de cursos tradicionales en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en carreras de ciencias e ingeniería, provoca insatisfacción e incompreensión en los estudiantes, debido a la forma en que están concebidos. El empleo de métodos como el análisis-síntesis, propiciaron que en este estudio se lograra caracterizar el proceso a partir del análisis de sus componentes externos: materia de estudio, enseñanza y aprendizaje. Para ello se identificaron y analizaron las orientaciones teóricas y tendencias actuales del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, con el fin de diseñar alternativas más atractivas y novedosas para su estudio.

Palabras clave: Procedimientos analíticos; Procedimientos cualitativos; Ecuaciones diferenciales; Aprendizaje.

Abstract: The predominance of traditional courses in the process of teaching learning of the differential equations in races of sciences and engineering, you provoke dissatisfaction and lack of understanding in the students due to the way in which they are conceived,. The job of methods like analysis synthesis, they propitiated than in this study achieve him characterizing the process as from the analysis of his external components: Matter of study, teaching and learning. They provided evidence of identity for it and they examined the theoretic orientations and present-day tendencies of the process of teaching learning of the differential equations with the aim of designing more attractive and innovative alternatives for his study.

Keywords: Analytical procedures; Qualitative procedures; Differential equations; Learning.

Introducción

El estudio de las ecuaciones diferenciales es uno de los pilares fundamentales en la formación matemática de estudiantes de las carreras de ciencias e ingenierías. A pesar de ello, este tema resulta poco atractivo e incomprendido debido a que los estudiantes no aprecian su utilidad ni su interrelación con otras disciplinas de el plan de estudio. La comunidad especializada atribuye estas problemáticas a la persistencia de cursos

tradicionales, muchas veces sustentados en currículos, donde el tratamiento al contenido está orientado a procedimientos analíticos.

El avance tecnológico y la necesidad de formar profesionales competentes, que cumplan con los encargos de la sociedad actual, ha incentivado a profesores e investigadores a cuestionarse la vigencia que tienen los tradicionales cursos de ecuaciones diferenciales. Entonces nos preguntamos ¿cuáles son las orientaciones teóricas y tendencias actuales del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales? El objetivo de esta investigación documental es caracterizar el proceso a partir del análisis de sus componentes externos: materia de estudio, enseñanza y aprendizaje.

Desarrollo

Una ecuación que contiene sólo derivadas de una o más variables dependientes respecto a una sola variable independiente se dice que es una *ecuación diferencial* ordinaria. El *orden* de una ecuación diferencial es el orden de la mayor derivada en la ecuación, Zill (2009).

$$\frac{dy}{dx} + 5y = e^x, \quad \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = 0, \quad y \quad \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = 2x + y$$

Cualquier función y , definida en un intervalo I y que tiene al menos n derivadas continuas en I , las cuales cuando se sustituyen en una ecuación diferencial ordinaria de n -ésimo orden reducen la ecuación a una identidad, se dice que es una *solución* de la ecuación en el intervalo, Zill (2009).

Ejemplo:

Verifique que la función indicada es una solución de la ecuación diferencial dada en el intervalo $(-\infty, +\infty)$.

$$\frac{dy}{dx} = xy^{\frac{1}{2}}; \quad y = \frac{1}{16}x^4$$

Una forma de verificar que la función dada es una *solución*, es ver, una vez que se ha sustituido, si cada lado de la ecuación es el mismo para toda x en el intervalo, Zill (2009).

$$\text{lado izquierdo: } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{16} 4x^3 = \frac{1}{4} x^3$$

$$\text{lado derecho: } xy^{1/2} = x\left(\frac{1}{16} x^4\right)^{1/2} = x\left(\frac{1}{4} x^2\right) = \frac{1}{4} x^3$$

Vemos que cada lado de la ecuación es el mismo para todo número real x . Dada una función, siempre podemos comprobar si esta es solución sustituyéndola en la ecuación diferencial y viendo si el lado izquierdo es igual al lado derecho. Este es un buen aspecto de las ecuaciones diferenciales: siempre podemos verificar nuestras respuestas, Blanchard, Devaney y Hall (1999).

Con frecuencia nos interesan problemas en los que buscamos una solución $y(x)$ de una ecuación diferencial tal que $y(x)$ satisface condiciones prescritas, es decir, condiciones impuestas sobre una $y(x)$ desconocida o sus derivadas. En algún intervalo I que contiene a x_0 el problema

$$\text{resolver: } \frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

$$\text{sujeto a: } y(x_0) = y_0$$

Estos problemas con valores iniciales de primer orden, son fáciles de interpretar en términos geométricos. Para esta ecuación estamos buscando una solución de la ecuación diferencial en un intervalo I que contenga a x_0 , tal que su gráfica pase por el punto dado (x_0, y_0) , Zill (2009).

La descripción matemática de un sistema de fenómenos se llama *modelo matemático* y se construye con ciertos objetivos. Por ejemplo, podemos desear entender los mecanismos de cierto ecosistema al estudiar el crecimiento de la población animal en ese sistema, o podemos desear datar fósiles y analizar el decaimiento de una sustancia radiactiva ya sea en el fósil o en el estrato en que éste fue descubierto, Zill (2009).

La formulación de un modelo matemático de un sistema se inicia con:

- identificación de las variables que ocasionan el cambio del sistema. Podremos elegir no incorporar todas estas variables en el modelo desde el comienzo. En este paso especificamos el nivel de resolución del modelo.
- se establece un conjunto de suposiciones razonables o hipótesis, acerca del sistema que estamos tratando de describir. Esas hipótesis también incluyen todas las leyes empíricas que se pueden aplicar al sistema.

Una vez que se ha formulado un modelo matemático, ya sea una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, corresponde tratar de resolverlo. Si se puede resolver, entonces el modelo es razonable si su solución es consistente con los datos experimentales o con los hechos conocidos acerca del comportamiento del sistema. Si las predicciones que se obtienen son deficientes, podemos aumentar el nivel de resolución del modelo o hacer hipótesis alternativas acerca de los mecanismos de cambio del sistema.

Con frecuencia, el modelo matemático de un sistema físico inducirá la variable tiempo t . Una solución del modelo expresa el estado del sistema; en otras palabras, los valores de la variable dependiente (o variables) para los valores adecuados de t que describen el sistema en el pasado, presente y futuro, Zill (2009).

Uno de los primeros intentos para modelar el crecimiento de la población humana por medio de las matemáticas fue realizado en 1798 por el economista inglés Thomas Malthus. Básicamente la idea detrás del modelo de Malthus es la suposición de que la razón con la que la población de un país en un cierto tiempo es proporcional a la población total del país en ese tiempo. En otras palabras, entre más personas estén presentes al tiempo t , habrá más en el futuro. En términos matemáticos, si $P(t)$ denota la población al tiempo t , entonces esta suposición se puede expresar como

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

donde k es una constante de proporcionalidad. Este modelo simple, falla si se consideran muchos otros factores que pueden influir en el crecimiento o decrecimiento (por ejemplo, inmigración y emigración), resultó, sin embargo, bastante exacto en predecir la población de

los Estados Unidos, durante 1790-1860. Las poblaciones que crecen con una razón descrita por esta ecuación son raras; sin embargo, aún se usa para modelar el crecimiento de pequeñas poblaciones en intervalos de tiempo cortos -por ejemplo, crecimiento de bacterias en una caja de Petri-, Zill (2009).

Procedimientos analíticos

Aunque podemos comprobar si una función dada es solución de una ecuación diferencial, es raro que se puedan encontrar soluciones explícitas. Muchas de estas ecuaciones no tienen soluciones que puedan expresarse en funciones conocidas. Sin embargo, existen un cierto conjunto de ecuaciones denominadas ecuaciones integrales que a través de procedimientos analíticos es posible identificar soluciones explícitas, Zill (2009).

Una ecuación diferencial de primer orden de la forma $\frac{dy}{dt} = g(t)h(y)$. Se dice que es separable o que tiene variable separable. Véase como se le da solución a este tipo de ecuación a través del siguiente ejemplo:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t}{y^2}$$

Se manipula la ecuación y se reescribe de forma que queda:

$$y^2 dy = t dt$$

Integrando ambos lados: el izquierdo respecto a y y el derecho respecto a t

$$\int y^2 dy = \int t dt$$

Y obtenemos

$$y = \left(\frac{3t^2}{2} + k\right)^{1/3}$$

Donde k es constante arbitraria y $y = y(t)$. Luego se comprueba que la función obtenida es solución de la ecuación diferencial, Zill (2009).

Procedimiento cualitativo

Imagínese por un momento que nos enfrentamos con una ecuación diferencial de primer orden $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, que además no podemos encontrar un método para resolverla analíticamente. Esto no es tan malo como se podría pensar, ya que la ecuación diferencial en sí misma a veces puede decirnos concretamente cómo se *comportan* sus soluciones, Zill (2009).

Debido a que una solución $y = y(x)$ de una ecuación diferencial de primer orden $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ es necesariamente una función continua y derivable en su intervalo I de definición. La pendiente de la recta tangente en $(x, y(x))$ en una curva solución es el valor de la primera derivada dy/dx en este punto y sabemos de la ecuación que es el valor de la función pendiente $f(x, y(x))$. Ahora supongamos que (x, y) representa cualquier punto de una región del plano xy en la que está definida la función f . El valor $f(x, y)$ que la función f le asigna al punto representa la pendiente de una recta o que la visualizaremos como un segmento de recta llamado elemento lineal, Zill (2009).

Si evaluamos sistemáticamente a f en una malla rectangular de puntos en el plano xy y se dibuja un elemento lineal en cada punto (x, y) de la malla con pendiente $f(x, y)$, entonces al conjunto de todos estos elementos lineales se le llama *campo direccional* o *campo de pendientes* de la ecuación diferencial $dy/dx = f(x, y)$. La dirección del campo indica la forma de una familia de curvas solución de la ecuación diferencial dada, donde se observan aspectos cualitativos de la solución. Una sola curva solución que pasa por un campo direccional debe seguir el patrón de flujo del campo: el elemento lineal es tangente a la curva cuando intercepta un punto de la malla, Zill (2009).

El campo direccional para la ecuación diferencial $dy/dx = 0.2xy$ que se muestra en la figura *a*, se obtuvo usando un paquete computacional en el que se definió una malla 5x5. Observe que en cualquier punto del eje de las x y del eje y , las pendientes son $f(x, 0) = 0$ y $f(0, y) = 0$, respectivamente, por lo que los elementos lineales son horizontales. Además observe que en el primer cuadrante para un valor fijo de x o y los valores de $dy/dx = 0.2xy$ aumentan conforme crece y o x . Esto significa que conforme x y y crecen, los elementos lineales serán casi verticales y tendrán pendiente positiva. En el segundo

cuadrante, $|f(x, y)|$ aumenta conforme crecen $|x|$ y y crecen, por lo que nuevamente los elementos lineales serán casi verticales pero esta vez tendrán pendiente negativa.

Fuente: Zill (2009)

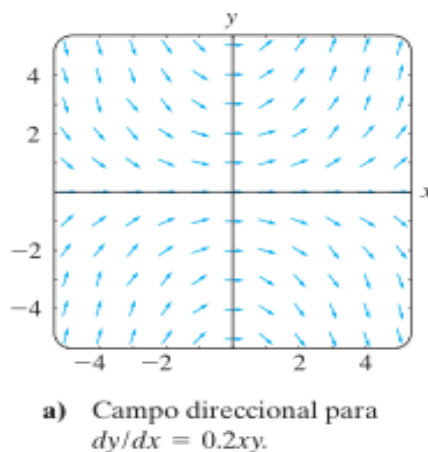


Figura 1. Campo direccional de diferenciales

Enseñanza de las ecuaciones diferenciales

Moreno y Azcárate (1997) investigaron las concepciones de los profesores de Matemática sobre la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, evidenciando limitaciones en la formación del profesor universitario a la hora de hacer una propuesta coherente a los intereses de estudiantes en carreras de ciencias. El carácter interdisciplinar de este contenido, así como el hecho de ser no sólo objeto de conocimiento, sino además un instrumento para los futuros químicos y biólogos, hizo repensar si realmente debían tenerse en cuenta, de forma especial, a los destinatarios de la asignatura, así como sus futuras necesidades profesionales.

Los autores identificaron, en los resultados de esta investigación, tres *estilos de enseñanza*: el estilo *tradicional* donde el centro de la enseñanza se ubica en el formalismo axiomático de la teoría de ecuaciones diferenciales como objeto matemático; el estilo *avanzado* en el cual se construye el concepto desde fenómenos que ocurren en otras ciencias; el estilo *transitorio* se sitúa en centro de los estilos anteriores, el docente entra en contradicción entre lo que hace y lo que debe hacer.

Desde el punto de vista didáctico, los estilos *tradicional* y *transitorio* se centran en un discurso excesivamente matemático, donde en el mejor de los casos, los estudiantes aprenden algunas técnicas, que le permite resolver de forma mecánica un grupo limitado de ecuaciones diferenciales. Esto provoca un alto índice de fracaso cuando se enfrentan a situaciones diferentes a las vistas en clase, además de desmotivación y desinterés en el estudio de este contenido.

Por otra parte, podemos decir que el estilo *avanzado* es un ejemplo de modelo de enseñanza basado en la búsqueda de situaciones didácticas, a través de modelos biológicos (o de otras ciencias), reales o diseñados (pseudo-reales) en el laboratorio por los profesores, que enfrentarían a los estudiantes a situaciones que encontrarán en su vida profesional. Además, el uso de herramientas de cómputo y de procedimientos cualitativos y numéricos toma vital importancia en el proceso, otorgándole de esta forma, un carácter global al estudio de las ecuaciones diferenciales.

Moreno y Azcárate (2003) reconocieron un conjunto de creencias sobre la enseñanza y concepciones sobre las matemáticas en los docentes que condiciona los cursos de ecuaciones diferenciales. Entre los aspectos subjetivos más significativos se encontraron: creencia de los profesores de que los estudiantes no son capaces de razonar por ellos mismos, pues solo aprenden a resolver ecuaciones diferenciales por algoritmos de solución vistos en clase. Además, la concepción respecto a la matemática aplicada y su posición en el ámbito de las matemáticas, los profesores ponderan lo matemática pura y subvaloran sus aplicaciones.

Estas problemáticas se manifiestan en que la metodología de enseñanza dominante en el ámbito universitario es la clase magistral, en la que el profesor de matemáticas ocupa un papel central y relevante; los profesores no sienten la necesidad de utilizar otra metodología de enseñanza. En ningún momento se cuestiona la idoneidad de los contenidos de ecuaciones diferenciales que imparten actualmente, teniendo en cuenta las características de los estudiantes con los que trabajan. Ni el énfasis en la enseñanza de métodos de resolución de tipos de ecuaciones diferenciales integrables.

En los resultados de esta investigación se le atribuye la persistencia de los métodos (y estilos) de enseñanza tradicional frente a otras alternativas de enseñanza más novedosas a:

- Fuerte creencia, del pobre nivel de competencia de los estudiantes, y del deficiente conocimiento matemático, que les hace considerar como impensable cualquier enfoque que ponga al estudiante en situación de pensar y razonar más allá de los aspectos básicos que acaba memorizando y mecanizando.
- Concepción de las matemáticas, y en particular de las ecuaciones diferenciales, muy formalista, que sobrevalora la manipulación simbólica (analítica) frente al tratamiento numérico y gráfico (cualitativo) de las ecuaciones diferenciales, como principio incuestionable del aprendizaje significativo.
- Miedo a la pérdida de los contenidos específicos de lo que algunos profesores consideran *las matemáticas de verdad*, en favor de contenidos y técnicas propias de las matemáticas aplicadas, que no tienen la misma consideración que las matemáticas puras, tradicionales y *de toda la vida*.
- Conciencia de la obligatoriedad de reciclarse y dedicar tiempo a la preparación de una materia que actualmente conocen y dominan, mientras dedican más tiempo a la investigación u otras tareas profesionales más valoradas institucionalmente.

Los autores concluyeron cómo los profesores valoran a los estudiantes a partir de las creencias y concepciones, muy asentadas, que tienen sobre los mismos. No consideran diferentes estilos de aprendizaje, quizás porque el reconocimiento de éstos les obligaría a reorganizar su enseñanza de forma que pudiera atender las diferentes necesidades de aprendizaje y los diferentes niveles de los estudiantes. En general, los profesores prefieren descargar las responsabilidades sobre el fracaso de la enseñanza en los propios estudiantes, sus actitudes y su escasa formación matemática.

Aprendizaje de las ecuaciones diferenciales

Con la intención de promover el aprendizaje significativo en los cursos de ecuaciones diferenciales, Dullius (2009) propone una metodología inversa que se centra en la solución de situaciones-problema con el uso de los recursos computacionales. En esta variante,

inicialmente se explora la solución de ecuaciones diferenciales obtenidas con un software y luego se realiza el abordaje de las técnicas analíticas.

En esta investigación se detectaron diversas dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, entre ellas:

- Desfases en los conocimientos sobre contenidos de Matemática básica. Además de problemas en la interpretación geométrica y como tasa de variación del concepto derivada.
- Incomprensión sobre la utilidad e importancia de los procedimientos matemáticos, se limitan a resolver mecánicamente las actividades propuestas, mediante un modelo-patrón establecido. Esto provoca desinterés por el contenido, falta motivación para aprenderlo de forma significativa.
- Se asocia el estudio de ecuaciones diferenciales a un proceso puramente analítico, pues solo ven una ecuación abstracta que envuelve símbolos y para resolverla intentan usar técnicas analíticas.
- Dificultades para interpretar los términos de una ecuación diferencial en un sistema modelado y para traducirlos de la descripción física a la descripción matemática, pues no desarrollaron esta capacidad, puesto que, se quedaron mucho tiempo de la vida escolar repitiendo y memorizando técnicas.

Con la intención de resolver estas dificultades se modificó el enfoque tradicional con el que se trabaja este contenido. Se utilizaron situaciones-problema contextualizadas para motivar a los alumnos y estimularles a participar más activamente en el proceso enseñanza-aprendizaje. La atención se centró no sólo en la solución analítica, sino también en soluciones gráficas –cualitativo- y numéricas obtenidas con la ayuda de recursos computacionales. La realización de las actividades eran propuestas en parejas de manera que los alumnos pudieran discutir sus ideas. Este abordaje diferenciado creó las condiciones para que se produjera un aprendizaje más significativo.

Entre los resultados de este estudio resalta que el trabajo en pareja motivó que los estudiantes pudieran interactuar, discutir resultados, ideas y fomentar el aprendizaje.

Además abordar la teoría de las ecuaciones diferenciales de forma contextualizada a través de situaciones- problema le dio significado al contenido, pero aunque se trabajó con abordaje gráfico (cualitativo), analítico y numérico, los estudiantes se preocupaban mucho más por la solución analítica. Además, afirmaron que este abordaje dedicaba poco tiempo a la solución analítica y que no se sentían cómodos.

En términos de aprendizaje significativo, se pudo percibir que la mayoría de los alumnos logró interpretar la situación-problema que abordan las nociones intuitivas de ecuaciones diferenciales, la tasa de variación y la construcción del gráfico correspondiente, pero durante el proceso de solución de algunos presentaron errores de cálculo.

Los resultados de esta investigación no fueron los esperados por los autores, debido al hecho de que muchos estudiantes no se adaptaron a la metodología. La encontraron muy difícil porque no estaban acostumbrados y no sabían trabajar de la manera propuesta. Subrayaron que ésta era una metodología interesante, pero en su opinión también debería ser trabajada en otras asignaturas de cálculo para que los alumnos pudieran adaptarse poco a poco.

Perdomo (2010) asegura que en el enfoque de resolución de problemas se establecen conexiones entre los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje. En este enfoque los estudiantes consideran las matemáticas como disciplina activa, se establecen relaciones entre distintos elementos matemáticos y se emplean procesos del pensamiento matemático avanzado. Para ello, se diseñó un módulo de enseñanza que promoviera la construcción del concepto de *ecuaciones diferenciales ordinarias* de forma integrada con el concepto de derivada.

Al analizar la red de significados y conceptos matemáticos que los estudiantes utilizan para resolver problemas relacionados con ecuaciones diferenciales, se pudo observar que no usan el concepto de derivada o significados asociados al mismo. Pues, aunque dispongan de los recursos conceptuales, no acceden a ellos ni los utilizan eficiente ante situaciones a las que no se han enfrentado con anterioridad.

Para facilitar el aprendizaje y resolver estas problemáticas se desarrolló en el módulo un conjunto de problemas cuyos enunciados se adaptaron a situaciones que se plantean a los estudiantes como ejemplos de aplicación de las ecuaciones diferenciales: descomposición de elementos químicos, problemas de mezclas y de dinámica de poblaciones. Mediante estos problemas se introduce el concepto partiendo del significado simbólico de la derivada de una función, además de su interpretación como tasa de variación para construir una ecuación diferencial y se estudia la monotonía de las funciones solución.

Introducir el concepto de ecuación diferencial ordinaria a partir de su relación con el concepto de derivada estableció un puente entre ambos conceptos, contribuyendo así a que establecieran relaciones entre distintos conceptos matemáticos. El hecho de considerar diferentes significados del concepto de derivada en el diseño de los problemas contribuyó a que se fortaleciera la red de significados de dicho concepto, desarrollando así su comprensión conceptual. De esta forma, la imagen que se muestra del concepto de derivada se transforma de un conjunto de algoritmos a un concepto que aporta información y de resultado de un proceso --el de derivación-- a formar parte de los recursos que los estudiantes utilizan para resolver problemas.

La interacción entre estudiantes favoreció la autonomía y creó un ambiente de colaboración en el que se sentían cómodos al mostrar sus razonamientos y criticar los de sus compañeros, lo que permitió que reconsideraran ciertas ideas y concepciones matemáticas. El uso de la tecnología actuó como activador de conocimientos latentes -integración, límites -, permitiendo que los estudiantes indagaran, formularan conjeturas y las comprobaran. En general, el módulo de enseñanza en un ambiente de resolución de problemas contribuyó a desterrar la idea de que los problemas matemáticos deben ser resueltos en un corto espacio de tiempo y los introdujo en un escenario en el que cuestionarse, reflexionar, conjeturar y verificar son procesos necesarios y útiles.

Caicedo y Chacón (2020) propone un modelo didáctico fundamentado en la concepción cuasiempírica de las matemáticas para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales desde un enfoque cualitativo, aplicado a la resolución de problemas. Con el objetivo de adaptar el curso a las necesidades concretas de los estudiantes, se apela a la incorporación de la

tecnología para promover la conexión entre las distintas partes de la matemática y resolver problemas del mundo real.

La resolución de problemas es ideal para el curso de ecuaciones diferenciales basado en el cuasiempirismo, ya que entre ellos se genera una dialéctica, es decir, ante una situación problema se parte de una conjetura para proponer una vía de solución al problema. Dicha conjetura se pone a prueba o se socializa. Si no soporta la prueba, debe ser revisada con el fin de mejorarla o refutarla. Al proponer una solución al problema también se conjetura, si la solución resulta. De la misma manera, se debe conjeturar qué ocurre con las soluciones con el paso del tiempo, o si se cambian las condiciones o los parámetros.

Los procedimientos cualitativos -partiendo de la interpretación de derivada como la pendiente de la recta tangente-, amplía considerablemente el repertorio de los estudiantes para resolver problemas que conducen a la solución de una ecuación diferencial. Cuando estos se encuentran con una ecuación o un sistema de ecuaciones que surge como modelo para cierto problema y no es posible encontrar una solución analítica, lo cual es frecuente, pueden apelar a los métodos cualitativos y/o numéricos para encontrar una vía de resolución. Además, los estudiantes se hacen conscientes de que los métodos de solución no son infalibles ni absolutos.

Un aspecto determinante, que además se considera un importante logro del curso de ecuaciones diferenciales desde un enfoque cualitativo y basado en el cuasiempirismo, consiste en que los estudiantes mejoraron considerablemente su rendimiento académico. Pero, si bien es cierto que los logros alcanzados luego de la aplicación y valoración de la propuesta son muy positivos, cabe aclarar que en muchos casos los estudiantes se muestran muy inseguros y les cuesta participar durante la clase.

Conclusiones

Los procedimientos analíticos se limitan a resolver solo las ecuaciones integrables, donde muchas veces las integraciones son muy complejas y las funciones resultantes muy difíciles de interpretar. Por otra parte, los procedimientos cualitativos -ausentes en la mayoría de los currículos de las carreras de ciencias e ingeniería- resuelven cualquier tipo de ecuación

diferencial, incluso en los casos que no se puede determinar soluciones exactas, siempre podremos extraer información vital que nos ayuden en el análisis del fenómeno modelado.

A pesar de la compatibilidad del estilo avanzado, la enseñanza de las ecuaciones diferenciales en carreras de ciencias e ingeniería existe un claro predominio del estilo tradicional. Entre las causas que propician esta problemática se encuentran las de tipo normativo e institucional, reflejada en la clara orientación desde el currículo al uso de procedimientos analíticos y las características e ideas que tiene cada docente sobre el proceso de instrucción.

Las orientaciones teóricas y tendencias actuales más significativas del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, son las que tienen como centro el aprendizaje. Sin embargo, aún queda sin explicar la manera de concebir un proceso de instrucción que facilite la adquisición de estos conocimientos y actúe sobre las diferencias individuales de cada estudiante, según sus estilos de aprendizaje y los procedimientos que existen para resolver estas ecuaciones.

Referencias Bibliográficas

- Blanchard, P., Devaney, R. y Hall, G. (1999). *Ecuaciones Diferenciales*. International Thomson.
- Caicedo Parra, E. y Chacón Guerrero, G. A. (2020). Aprendizaje de las ecuaciones diferenciales desde un enfoque cualitativo. *Praxis & Saber*, 11(26), 56-98.
- Dullius, M. M. (2009). *Enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, numérico y analítico*. Tesis de doctorado. Universidad de Burgos, España.
- Moreno, M. y Azcaráte, C. (1997). Concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las ecuaciones diferenciales a estudiantes de química y biología: Estudio de casos. *Enseñanza de las ciencias*, 15(1), 21-34.

- Moreno, M. y Azcaráte, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemática acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias*, 21(2), 265-280.
- Perdomo Díaz, J. (2010). *Construcción del concepto de ecuación diferencial ordinaria en un escenario de resolución de problemas*. Tesis de doctorado. Universidad de la Laguna, España.
- Zill, D. G. (2009). *Ecuaciones Diferenciales: con aplicaciones de modelado*. Cengage Learning.